

האם תיאור המציאות הפיזיקלית על פי מכניקת הקוונטים יכול להיחשב שלם?

בתיאוריה שלמה יש מרכיב תיאורטי המקביל לכל מרכיב שמתקיים במציאות הפיזיקלית. תנאי מספיק לקיומו של גודל פיזיקלי במציאות הוא היכולת לחזות אותו בוודאות בלי להשפיע על המערכת. במכניקת הקוונטים, במקרה של שני גדלים פיזיקליים המתוארים באמצעות אופרטורים לא חילופיים, ידיעת אחד מהם מונעת את ידיעת האחר. לכן, או (1) שתיאור המציאות במכניקת הקוונטים הניתן על ידי פונקציית הגל אינו שלם או (2) ששני הגדלים הללו אינם יכולים להתקיים בו־זמנית במציאות. בחינת הבעיה של חיזוי על מערכת אחת על בסיס מדירות שנעשו על מערכת אחרת, שקיימה עימה אינטראקציה בעבר, מוליכה לתוצאה שאם טענה (1) שגויה אז טענה (2) שגויה גם היא. מכאן ניתן להסיק שתיאור המציאות כפי שניתן על ידי פונקציית הגל אינו תיאור שלם.

א

כל עיון רציני בתיאוריה פיזיקלית מוכרח לקחת בחשבון את ההבחנה בין המציאות האובייקטיבית, הבלתי־תלויה בתיאוריה כלשהי, לבין המושגים הפיזיקליים שבהם משתמשת התיאוריה. המושגים הפיזיקליים מיועדים להתאים למציאות האובייקטיבית, ובאמצעותם אנו מדמים את המציאות הזו לעצמנו.

בניסיון לשפוט את מידת ההצלחה של תיאוריה פיזיקלית, אנו עשויים לשאול את עצמנו שתי שאלות: (1) "האם התיאוריה נכונה?" ו־(2) "האם התיאור שניתן על ידי התיאוריה הוא תיאור שלם?" רק במקרה שבו ניתן להשיב בחיוב על שתי השאלות, אפשר לומר שהמושגים שהתיאוריה משתמשת בהם מניחים את הדעת. נכונותה של תיאוריה נשפטת על פי מידת ההתאמה בין מסקנותיה לבין ניסיוננו. הניסיון האנושי, שהוא לבדו מאפשר לנו להסיק לגבי המציאות, לובש בפיזיקה את הצורה של ניסוי ומדידה. בשאלה השנייה, כפי שהיא נשאלת לגבי מכניקת הקוונטים, אנחנו מבקשים לעיין כאן.

A. Einstein, B. Podolsky, and N. Rosen, Institute for Advanced Study, Princeton, New Jersey, "Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality be Considered Complete?" *Physical Review* 47 (1935): 777–780. תרגם לעברית בנימין אייזנר.

תהא אשר תהא המשמעות המיוחסת למונח שלם, הדרישה הבאה מתיאוריה שלמה נראית דרישה הכרחית: עבור כל מרכיב של המציאות הפיזיקלית מוכרח להתקיים מרכיב מקביל בתיאוריה הפיזיקלית. נכנה דרישה זו תנאי השלמות. אם כן, על השאלה השנייה קל להשיב מרגע שאנו מסוגלים לקבוע מהם המרכיבים של המציאות הפיזיקלית.

המרכיבים של המציאות הפיזיקלית אינם יכולים להיקבע על ידי שיקולים פילוסופיים אפריוריים אלא מוכרחים להימצא מתוך הידרשות לתוצאותיהם של ניסויים ומדידות. עם זאת, הגדרה ממצה של המציאות אינה הכרחית למטרותנו. אנו נסתפק בקריטריון הבא שאנו מחשיבים כסביר. אם, בלי להפריע בשום דרך למערכת, נוכל לחזות בוודאות (כלומר, בהסתברות השווה לאחת) את הערך של גודל פיזיקלי, אז קיים מרכיב של המציאות הפיזיקלית שמתאים לגודל הזה. נראה לנו שאף שהקריטריון הזה רחוק מלמצות את כל הדרכים האפשריות לזהות מציאות פיזיקלית, הוא לפחות מספק דרך אחת כזו, כאשר התנאים שנקבעו בו מתקיימים. כאשר קריטריון זה משמש רק כתנאי מספיק, ולא כתנאי הכרחי, למציאות, הוא תואם הן למושג המציאות של המכניקה הקלאסית והן למושג המציאות של מכניקת הקוונטים.

כדי להדגים רעיונות אלו, הבה נבחן את האופן שבו מתארת מכניקת הקוונטים התנהגות של חלקיק בעל דרגת חופש אחת. המושג היסודי של מכניקת הקוונטים הוא מושג המצב, שאמור להיות מאופיין בשלמות על ידי פונקציית הגל ψ שהיא פונקציה של המשתנים שנבחרו לתאר את התנהגות החלקיק. עבור כל גודל פיזיקלי מדיד A ישנו אופרטור מתאים שניתן לסמן באמצעות אותה אות.

אם ψ היא הפונקציה העצמית של האופרטור A , כלומר אם מתקיים

$$(1) \quad \psi' \equiv A\psi = a\psi,$$

כאשר a הוא מספר, אז לגודל הפיזיקלי A יש בוודאות הערך a כל אימת שהחלקיק נמצא במצב ψ . לפי קריטריון המציאות שלנו, עבור כל חלקיק במצב הנתון על ידי ψ שעבורו משוואה (1) מתקיימת יש מרכיב של המציאות שמקביל לגודל הפיזיקלי A . נניח, לדוגמה,

$$(2) \quad \psi = e^{\frac{2\pi i}{h} p_0 x},$$

כאשר h הוא קבוע פלאנק, p_0 הוא קבוע מספרי כלשהו, ו- x הוא משתנה בלתי תלוי. היות שהאופרטור המקביל לתנע של החלקיק הוא

$$(3) \quad p = \frac{h}{2\pi i} \frac{\partial}{\partial x},$$

נקבל

$$(4) \quad \psi' = p\psi = \frac{h}{2\pi i} \frac{\partial}{\partial x} \psi = p_0 \psi.$$

לכן, במצב הנתון על ידי משוואה (2), לתנע יש בוודאות הערך p_0 . לפיכך, יש משמעות לאמירה שלתנע של החלקיק, שנמצא במצב הניתן על ידי משוואה (2) יש קיום במציאות.

מצד שני, אם משוואה (1) אינה מתקיימת, איננו יכולים לדבר עוד על הגודל הפיזיקלי A כבעל ערך מסוים. זה המצב, לדוגמה, בנוגע לקואורדינטה של החלקיק. האופרטור שמתאים לקואורדינטה, נאמר q , הוא האופרטור שמכפיל במשתנה הבלתי תלוי. לכן,

$$(5) \quad q\psi = x\psi \neq a\psi.$$

לפי מכניקת הקוונטים, כל מה שאנו יכולים לומר הוא שהסתברות היחסית שמדידת הקואורדינטה תיתן תוצאה שנמצאת בין a ל- b היא

$$(6) \quad P(a, b) = \int_a^b \psi \psi^* dx = \int_a^b dx = b - a.$$

היות שהסתברות הזו היא בלתי־תלויה ב- a אלא תלויה רק בהפרש $b-a$, אנו רואים שלכל הערכים של הקואורדינטה יש הסתברות שווה.

אם כן, ערך מוגדר של הקואורדינטה עבור חלקיק במצב הנתון על ידי משוואה (2) אינו ברי־חיזוי וניתן לקבוע מהו רק באמצעות מדידה ישירה. ואולם, מדידה ישירה כזו משפיעה על החלקיק ובכך משנה את המצב שלו. אחרי שהקואורדינטה נקבעה, החלקיק כבר לא יימצא במצב הנתון על ידי משוואה (2). במכניקת הקוונטים מקובל להסיק מכך שכאשר התנע של חלקיק ידוע, לקואורדינטה אין קיום במציאות הפיזיקלית.

באופן כללי יותר, במכניקת הקוונטים מראים שאם האופרטורים המקבילים לשני גדלים פיזיקליים, נאמר A ו- B , אינם חילופיים, כלומר, אם $AB \neq BA$ אז ידיעה מדויקת של אחד הגדלים מונעת ידיעה מדויקת של האחר. יתר על כן, כל ניסיון לקבוע באמצעות ניסוי את ערכו של האחרון ישנה את מצב המערכת באופן כזה שיהרוס את ידיעת ערכו של הראשון.

מכך נובע או (1) שתיאור המציאות שמספקת מכניקת הקוונטים באמצעות פונקציית הגל אינו שלם, או (2) שכאשר האופרטורים המקבילים לשני גדלים פיזיקליים אינם חילופיים, שני הגדלים הללו אינם יכולים להתקיים בו־זמנית במציאות. משום שאם שניהם היו מתקיימים בו־זמנית במציאות, ולפיכך היו להם

גם ערכים מוגדרים, היו הערכים הללו נכנסים לתיאור השלם של המציאות בהתאם לתנאי השלמות. לכן, אם פונקציית הגל אכן מספקת תיאור שלם שכזה, היא הייתה צריכה להכיל את הערכים הללו והם היו אמורים להיות בני-חיזוי. כיון שזה לא המצב, אנחנו נותרים עם החלופות האמורות.

במכניקת הקוונטים נהוג להניח שפונקציית הגל כן מכילה תיאור שלם של המציאות הפיזיקלית של המערכת המצויה במצב המתאים לה. במבט ראשון הנחה זו סבירה לחלוטין, משום שהמידע שניתן לקבל מפונקציית הגל נראה מקביל בדיוק למה שניתן למדוד בלי לשנות את מצב המערכת, אולם אנחנו נראה שבצירוף קריטריון המציאות שניתן למעלה ההנחה הזו מוליכה לסתירה.

ב

כדי להראות זאת, נניח שיש לנו שתי מערכות, I ו-II, ואנו מניחים להן לקיים אינטראקציה זו עם זו מזמן $t = 0$ ועד זמן $t = T$ שאחריהם אנו מניחים שאין עוד אינטראקציה בין שני החלקים. עוד אנו מניחים שהמצבים של שתי המערכות לפני $t = 0$ ידועים. לפיכך, אנו יכולים לחשב בעזרת משוואת שרדינגר את המצב של המערכת המשולבת I+II בכל זמן מאוחר יותר ובפרט עבור כל $t > T$. נסמן את פונקציית הגל המתאימה ב- ψ . אף על פי כן, איננו יכולים לחשב את המצב שבו האינטראקציה הותירה את כל אחת משתי המערכות בנפרד. חישוב כזה, לפי מכניקת הקוונטים, יכול להיעשות רק בעזרתן של מדידות נוספות, באמצעות תהליך המכונה קריסה של חבילת הגלים¹. הבה נבחן תהליך זה מן היסוד.

נניח ש- $a_1, a_2, a_3, \dots$ הם הערכים העצמיים של גודל פיזיקלי כלשהו A השייך למערכת I, נוסף על כך, נניח ש- $u_1(x_1), u_2(x_1), u_3(x_1), \dots$ הן הפונקציות העצמיות המתאימות לערכים הללו, כאשר x_1 מייצג את המשתנים שמשמשים בהם לתיאור המערכת הראשונה. את Ψ כפונקציה של x_1 אפשר לבטא באופן זה:

$$(7) \quad \Psi(x_1, x_2) = \sum_{n=1}^{\infty} \psi_n(x_2) u_n(x_1),$$

כאשר x_2 מייצג את המשתנים ששימשו לתיאור המערכת השנייה. כאן $\psi_n(x_2)$ הם רק מקדמי הפיתוח של Ψ לסדרת הפונקציות האורתוגונליות $u_n(x_1)$. נניח עכשיו, שהגודל A נמדד ונמצא שערכו הוא a_k . מכאן נגזרת המסקנה שלאחר המדידה, המערכת הראשונה נמצאת במצב שניתן על ידי פונקציית הגל $u_k(x_1)$, ואילו

¹ במקור: "reduction of the wave packet". המונח המקובל יותר כיום הוא "קריסה של פונקציית הגל". (הערת המתרגם)

המערכת השנייה נמצאת במצב שניתן על ידי פונקציית הגל $\psi_k(x_2)$. זהו תהליך קריסה של חבילת הגלים; חבילת הגלים הנתונה על ידי הטור האינסופי (7) קורסת לביטוי היחיד $\psi_k(x_2)u_k(x_1)$.

קבוצת הפונקציות $u_n(x_1)$ נקבעת על ידי בחירת הגודל הפיזיקלי A . אם במקומו היינו בוחרים בגודל אחר, נאמר B , שהוא בעל הערכים העצמיים $b_3, b_2, b_1, \dots$ והפונקציות העצמיות $v_1(x_1), v_2(x_1), v_3(x_1), \dots$ היינו מקבלים במקום משוואה (7), את הפיתוח

$$(8) \quad \Psi(x_1, x_2) = \sum_{s=1}^{\infty} \varphi_s(x_2) v_s(x_1),$$

כאשר $\varphi_s(x_2)$ הם המקדמים החדשים. אם עכשיו הגודל B יימדד, ויימצא שערכו הוא b_r נוכל להסיק שלאחר המדידה המערכת הראשונה נמצאת במצב שניתן על ידי $v_r(x_1)$ והמערכת השנייה במצב שניתן על ידי $\varphi_r(x_2)$.

אנו רואים אפוא שכתוצאה משתי מדידות שונות שבוצעו על המערכת הראשונה, המערכת השנייה יכולה להיות במצבים המתוארים על ידי שתי פונקציות גל שונות. עם זאת, כיוון שבזמן המדידה כבר אין אינטראקציה בין שתי המערכות, שום שינוי שמתקיים במציאות לא יכול להתרחש במערכת השנייה כתוצאה ממה שהו שנעשה למערכת הראשונה. זהו, כמובן, בסך הכול פירוט משמעותה של הנחת היעדר האינטראקציה בין שתי המערכות. לכן, אפשר לשייך שתי פונקציות גל שונות (ברוגמה שלנו ψ_k ו- φ_r) לאותה המציאות (המערכת השנייה לאחר האינטראקציה עם הראשונה).

כעת, עשוי לקרות ששתי פונקציות הגל ψ_k ו- φ_r , תהיינה פונקציות עצמיות של שני אופרטורים לא חילופיים המקבילים לשני גדלים פיזיקליים כלשהם, P ו- Q בהתאמה. מצב כזה אכן ייתכן, והדרך הטובה ביותר להראות זאת היא להשתמש ברוגמה. נניח ששתי המערכות הן שני חלקיקים, נניח גם כי

$$(9) \quad \Psi(x_1, x_2) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{2\pi i}{h}(x_1 - x_2 + x_0)p} dp,$$

כאשר x_0 הוא קבוע כלשהו. נניח כי A הוא התנע של החלקיק הראשון, ומכאן, כפי שראינו במשוואה (4), הפונקציה העצמית שלו תהיה

$$(10) \quad u_p(x_1) = e^{\frac{2\pi i}{h} p x_1}$$

בהתאמה לערך העצמי p . מאחר שמדובר כאן במקרה של ספקטרום רציף, משוואה (7) תיכתב כעת

$$(11) \quad \Psi(x_1, x_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi_p(x_2) u_p(x_1) dp,$$

כאשר

$$(12) \quad \psi_p(x_2) = e^{-\frac{2\pi i}{h}(x_2 - x_0)p}.$$

אך כאן ψ_p היא הפונקציה העצמית של האופרטור

$$(13) \quad P = \frac{h}{2\pi i} \frac{\partial}{\partial x_2},$$

המתאים לערך העצמי $-p$ של התנע של החלקיק השני. מצד שני, אם B הוא הקואורדינטה של החלקיק הראשון, אז יש לו הפונקציות העצמיות

$$(14) \quad v_x(x_1) = \delta(x_1 - x),$$

המתאימות לערך העצמי x , כאשר $\delta(x_1 - x)$ היא פונקציית הדלתא הידועה של דיראק. משוואה (8) במקרה זה תהפוך למשוואה

$$(15) \quad \Psi(x_1, x_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_x(x_2) v_x(x_1) dx,$$

כאשר

$$(16) \quad \varphi_x(x_2) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{2\pi i}{h}(x - x_2 + x_0)p} dp = h\delta(x - x_2 + x_0).$$

ואולם, כאן φ_x היא הפונקציה העצמית של האופרטור

$$(17) \quad Q = x_2$$

המתאים לערך העצמי $x_0 + x$ של קואורדינטת החלקיק השני. היות ש-

$$(18) \quad PQ - QP = \frac{h}{2\pi i},$$

הראינו שבאופן כללי אפשר ש- ψ_k ו- φ_r תהיינה פונקציות עצמיות של שני אופרטורים לא חילופיים המקבילים לגדלים פיזיקליים.

נשוב כעת למקרה הכללי שהוצג במשוואות (7) ו-(8), ונניח ש- ψ_k ו- φ_r הן אכן פונקציות עצמיות של שני אופרטורים לא חילופיים כלשהם, P ו- Q , המתאימים לערכים העצמיים p_k ו- q_r בהתאמה. לכן, מדירת A או B תאפשר לנו לחזות בוודאות, ובלי להפריע בכל דרך למערכת האחרת, או את ערכו של הגודל P (כלומר את p_k) או את ערכו של הגודל Q (כלומר את q_r). בהתאם לקריטריון המציאות שלנו, במקרה

הראשון עלינו להחשיב את הגורל P כמרכיב של המציאות ובמקרה השני הגורל Q הוא המרכיב של המציאות. אבל, כפי שראינו, שתי הפונקציות ψ_k ו- φ_r , שייכות לאותה מציאות.

למעלה, הוכחנו כי או (1) שתיאור המציאות שמספקת מכניקת הקוונטים באמצעות פונקציית הגל אינו שלם, או (2) שכאשר האופרטורים המקבילים לשני גדלים פיזיקליים אינם חילופיים, שני הגדלים הללו אינם יכולים להתקיים במציאות בו־זמנית. אך כאשר התחלנו עם ההנחה שפונקציית הגל אכן מספקת תיאור שלם של המציאות הפיזיקלית, הגענו למסקנה ששני גדלים פיזיקליים עם אופרטורים לא חילופיים יכולים להתקיים במציאות בו־זמנית. דהיינו, השלילה של (1) מוליכה לשלילת (2) שהיא החלופה היחידה. אנו נאלצים אפוא להסיק שתיאור המציאות הפיזיקלית שמספקת מכניקת הקוונטים באמצעות פונקציית הגל אינו שלם.

ניתן להתנגד למסקנה זו בהתבסס על הטענה שקריטריון המציאות שלנו אינו מגביל די הצורך. אכן, לא ניתן להגיע למסקנה שלנו אם מתעקשים על כך ששני גדלים פיזיקליים (או יותר) יכולים להיחשב מרכיבים של המציאות רק אם ניתן למדוד או לחזות אותם בו־זמנית. מנקודת מבט זו, היות שגורל אחד או משנהו, אך לא שני הגדלים P ו- Q בו־זמנית, ניתנים לחיזוי, הם לא מתקיימים במציאות בו־זמנית. לפי זה מציאותם של P ו- Q הופכת להיות תלויה בתהליך מדידה שנעשה על המערכת הראשונה, ושאינו מפריע למערכת השנייה בשום דרך. אפשר להניח ששום הגדרה סבירה של המציאות לא תתיר תלות כזו.

אף שהראינו כי פונקציית הגל אינה מספקת תיאור שלם של המציאות הפיזיקלית, השארנו את השאלה, אם תיאור שלם כזה אכן קיים, פתוחה. אנו, מכל מקום, מאמינים שתיאוריה הכוללת תיאור כזה היא אפשרית.²

תרגם בנימין אייזנר

תלמיד מחקר

המחלקה לפילוסופיה

אוניברסיטת בראילן

² תודתי נתונה לגיא חצרוני וליעקב סולומונס על עזרתם בתרגום, ולאפרת דוידוב על הערותיה. (הערת המתרגם)